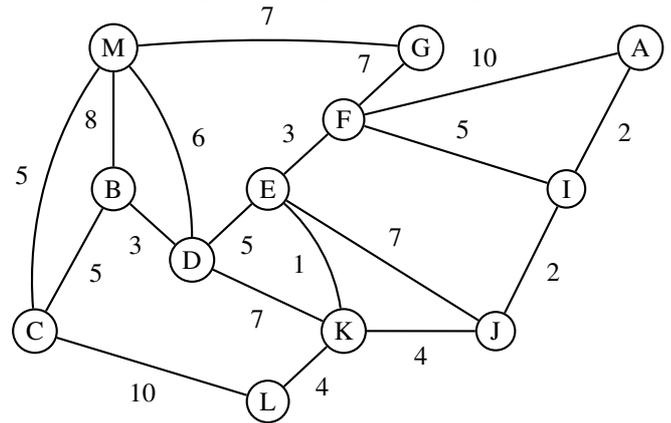
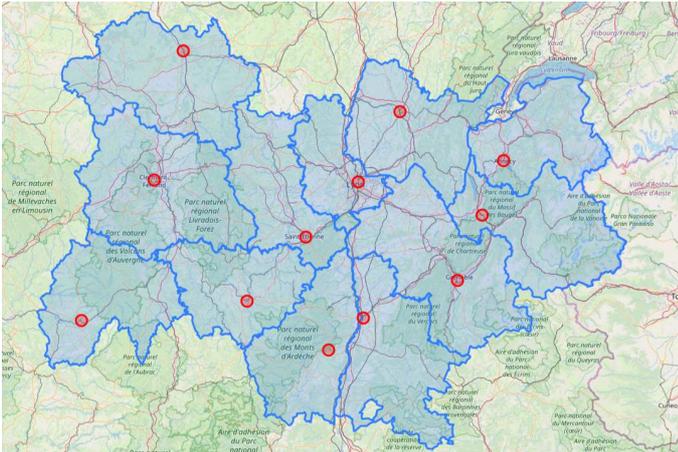


**PARTIE 1: NOTION DE GRAPHE PONDÉRÉ**

**? 1. EXEMPLE ET VOCABULAIRE**

Comment déterminer le meilleur itinéraire entre deux villes d'un réseau routier ?

Ci-dessous sont représentées de deux manères différentes les 12 préfectures de la région Auvergne Rhône-Alpes.



Sur le diagramme de droite :

- Les 12 villes sont symbolisées par les points M, B, C,..., A.
- Les routes reliant ces villes sont représentées par des segments.
- Les coûts de transport (en euros) nécessaires pour emprunter les routes sont indiqués sur chaque segment.

**! 2. À RETENIR**

- Un tel diagramme s'appelle un **graphe**.
- Les points, représentant les villes, sont appelés les **sommets** du graphe.
- Les segments, représentant les routes, sont appelés les **arêtes** (ou arcs) du graphe.
- Optionnel : sur chaque arête, on peut donner une valeur numérique indiquant la distance, la durée, le coût, ... nécessaire pour l'emprunter (on dit alors que le **graphe est pondéré**)

**? 3. EXERCICE**

Au sommet M du graphe précédent se trouve la ville de Moulins et au sommet A se trouve la ville d'Annecy.

1. Déterminer deux itinéraires possibles pour aller de Moulins à Annecy.

.....

2. Calculer le coût total de chacun de ces deux itinéraires.

.....

3. Est-il possible de trouver un itinéraire dont le coût est inférieur à 28 € ?

.....

## PARTIE 2: EXEMPLE D'UTILISATION D'UN GRAPHE POUR RÉSOUDRE DES PROBLÈMES

### Problème 1

Trois professeurs  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  devront donner jeudi prochain un certain nombre d'heures de cours à 3 groupes d'élèves  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $G_3$  :

- $P_1$  doit donner 2 heures de cours à  $G_1$  et 1 heure à  $G_2$ ,
- $P_2$  doit donner 1 heure de cours à  $G_1$ , 1 heure à  $G_2$  et 1 heure à  $G_3$ ,
- $P_3$  doit donner 1 heure de cours à  $G_1$ , 1 heure à  $G_2$  et 2 heures à  $G_3$ .

1. Aidez-vous du graphe (et de couleurs différentes) pour proposer un planning du jeudi pour ces 3 professeurs.

P1

G1

P2

G2

2. Combien faudra-t-il de plages horaires au minimum ?

P3

G3

### Problème 2

A, B, C, D, E, F, G et H désignent huit poissons. On sait que :

- A ne peut pas vivre avec G ou C ;
- B déteste H, F et D ;
- C ne peut pas cohabiter avec H, G ou A ;
- D est allergique à B, H, F et E.
- E ne supporte pas à D, F et G.
- F n'aime ni G ni H.

Combien d'aquariums faut-il prévoir au minimum ?

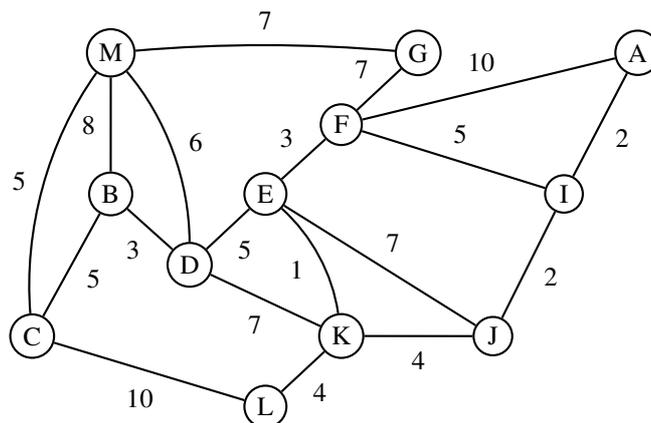
H A G

B F

C D E

## PARTIE 3: TROUVER LE CHEMIN OPTIMUM SUR UN GRAPHE

### M 1. MÉTHODE ILLUSTRÉE



1. Donner l'itinéraire qui vous parait le moins cher.

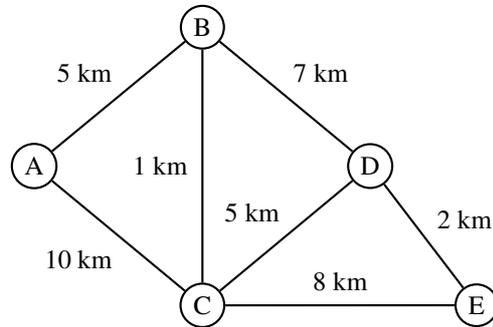
2. Calculer son prix

Il est possible de déterminer le chemin donnant le coût minimal du graphe en suivant la méthode décrite page suivante et appelée algorithme de **Dijkstra**.

**Exemple : Quel est le chemin le plus court pour aller de A à E ?**

• **Méthode :**

A	B	C	D	E
0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$



**Bilan :** Le chemin le plus court est ..... et il a pour longueur (en km) : .....

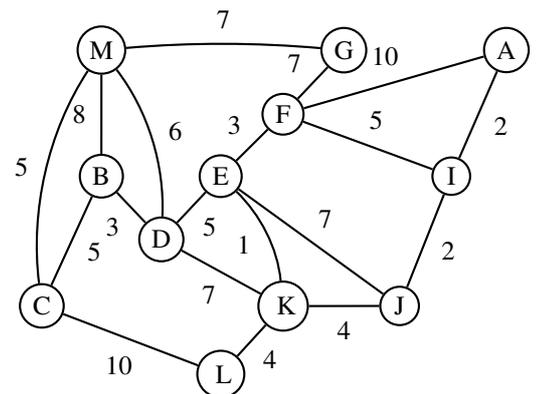
• **Vérification du chemin le plus court en ligne :**

1. Se rendre sur <https://mdahshan.github.io/dijkstra/>
2. Construire les sommets avec le bouton .
3. Construire les arcs reliant les sommets avec le bouton .
4. Pondérer les arcs avec les km avec le bouton .
5. Définir le sommet de départ avec le bouton .

**Exercice : Retour sur l'exercice des préfectures**

Appliquer la méthode précédente pour déterminer le chemin le moins cher pour aller de M à A.

M	B	C	D	G	F	E	K	L	J	I	A
0	$\infty$										
$0_M$	$8_M$	$5_M$	$6_M$	$7_M$							
-											
-											
-											
-											
-											
-											
-											
-											
-											
-											
-											
-											
-											



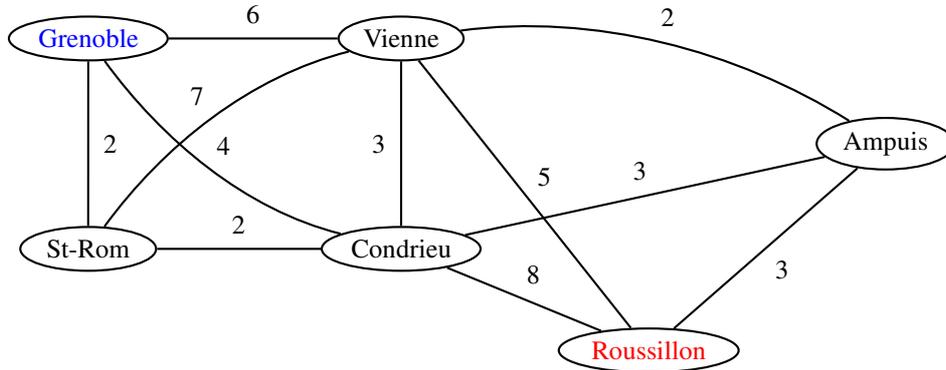
**Bilan :**

- L'algorithme s'arrête, on a parcouru tous les sommets du graphe.
- Le prix de l'itinéraire le moins couteux est de ..... €.
- En lisant le tableau en partant de la fin, on obtient cet itinéraire. Il s'agit de : .....



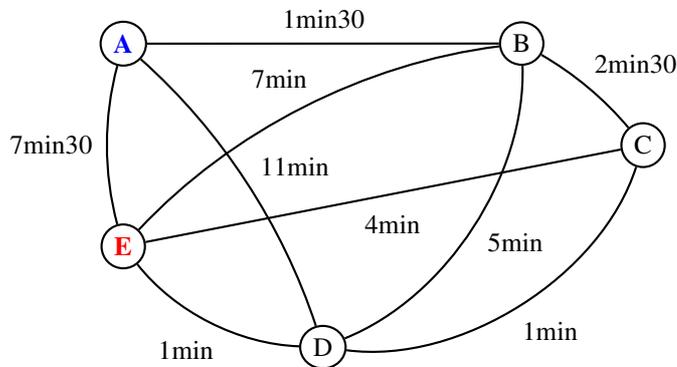
## 2. EXERCICES

1. Le graphe ci-dessous représente le coût en euros, d'acheminement d'une marchandise le long du réseau routier. Par une méthode analogue à l'exemple précédent, déterminer le chemin le moins couteux permettant de livrer un colis depuis le sommet **Grenoble** jusqu'au sommet **Roussillon**.



Étape	G	S	V	C	A	R
1	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
2						
3						
4						
5						
6						

2. Les temps de parcours entre les manèges d'un parc d'attraction sont inscrits sur le graphe suivant :



A l'aide de l'algorithme de Dijkstra déterminer la durée de parcours la plus courte allant de A à E.

Étape	A	B	C	D	E
1					
2					
3					
4					
5					